

REPUBLIQUE DU CAMEROUN
Paix-Travail-Patrie
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
UNIVERSITE DE YAOUNDE I

REPUBLIC OF CAMEROON
Peace-Work-Fatherland
MINISTRY OF HIGHER EDUCATION
THE UNIVERSITY OF YAOUNDE I

ECOLE NORMALE SUPERIEUR (ENS)

CONCOURS D'ENTREE EN 1^{ERE} ANNEE SESSION DE 2011

Epreuve de : MATHEMATIQUES

SERIE : INFORMATIQUE

Epreuve : Analyse-Algèbre-Probabilité

Exercice 1 :

On pose $E = \{a, b, c\}$. On définit sur E une opération d'addition notée \oplus de sorte que (E, \oplus) soit un groupe. C'est-à-dire que les trois conditions suivantes sont satisfaites.

- Il existe un unique x de E notée e vérifiant $\forall x \in E, x \oplus e = e \oplus x = x$.
- Pour chaque élément $x \in E$, il existe un unique élément \bar{x} vérifiant $x \oplus \bar{x} = e$ et $\bar{x} \oplus x = e$.
- Pour tout triplet (x, y, z) d'éléments de E , $(x \oplus y) \oplus z = x \oplus (y \oplus z)$ (associativité de \oplus).

Dans ce cas l'élément \bar{x} de la condition b) est appelé le symétrique de x .

On considère le tableau incomplet suivant :

\oplus	a	b	c
a			b
b	a		c
c	b		a

L'exercice consiste à compléter progressivement le tableau ci-dessous où chaque élément case contient l'élément $x \oplus y$, x étant l'élément en tête de ligne et y l'élément en tête de colonne. Pour le faire.

- Montrer que
 - L'élément a n'est pas élément neutre de \oplus
 - L'élément c n'est pas élément neutre de \oplus
- Montrer que $e = b$, puis reproduire le tableau ci-dessus et compléter la deuxième ligne.

3. Montrer que $\bar{a} = c$ en justifiant la réponse.
4. Montrer que $c \oplus a = b$
5. Montrer que $c \oplus c = a$
6. Compléter le tableau entièrement.

Exercice 2 :

1. Soit dans l'ensemble \mathbb{C} des nombres complexes l'équation

$$(E): z^3 + iz^2 - 12iz + 36 - 18i = 0$$
 - a. Déterminer la forme algébrique de $(3 + 2i)^2$
 - b. Montrer que l'équation (E) admet une solution imaginaire pure.
 - c. En déduire que $z^3 + iz^2 - 12iz + 36 - 18i = (z + i\mu)(z^2 + i\alpha z + \beta + i\gamma)$ où α, β, γ et μ des nombres réels à déterminer.
 - d. Résoudre l'équation (E)
2. On pose $Z = -\sqrt{2 + \sqrt{2}} - i\sqrt{2 - \sqrt{2}}$
 - a. Déterminer la forme algébrique de Z^4
 - b. En déduire la forme exponentielle de Z^4 et Z
 - c. Donner la valeur exacte de $\cos \frac{\pi}{8}$ et $\sin \frac{5\pi}{8}$

Exercice 3 :

Soit le système d'équations (S):

$$\begin{cases} x + 2y + 3z + 4t = 1 \\ 4x + y + 2z + 3t = 2 \\ 3x + 4y + z + 2t = 3 \\ 2x + 3y + 2z + t = 4 \end{cases}$$

Et on pose:

$$\begin{cases} X = x + 2y + 3z + 4t \\ Y = -7y - 10z - 13t \\ Z = -\frac{36}{7}z - \frac{44}{7}t \\ T = -2t \end{cases}$$

On suppose que (x, y, z, t) est une solution de (S). Répondre uniquement aux questions suivantes pour déterminer x, y, z, t .

1. Que vaut X ?
2. Exprimer $4X + Y; 3X + \frac{2Y}{7} + Z$ et $2X + \frac{Y}{7} + \frac{Z}{2} + T$ en fonction de x, y, z et t .

3. Déterminer la valeur de $4X + Y$; $3X + \frac{2Y}{7} + Z$ et $2X + \frac{Y}{7} + \frac{Z}{2} + T$
4. Déterminer Y,Z et T
5. A partir des valeurs de X,Y,Z et T, déterminer x, y, z et t

Concours Cameroon