

MINESEC

Délégation Régionale du SUD
DD-VALLÉE Du NTEMLycée Technique d'Ambam
Département de Mathématiques

Année scolaire 2020-2021

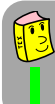
Tle F_2, F_3, F_4 , CMA – MVT, MEB

Mars 2021



Durée : 3 h

Proposé par : KAM TSÉMO Patrick

Examen Blanc de Mathématiques*Le correcteur tiendra compte de la rigueur dans la rédaction et de la clarté de la copie.***EXERCICE 1 : 04 Points**On considère l'équation complexe (E) telle que :

$$z^3 - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i\right)z^2 - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i\right)z + 1 = 0$$

1. Montrer que -1 est solution de (E). 0.75 pt
2. Démontrer que si z_0 est solution de (E) alors son inverse $\frac{1}{z_0}$ est aussi solution de (E). 1 pt
3. Résoudre dans $\mathbb{C}$, l'équation (E_0) telle que (E_0) : $z^2 - \left(\frac{3}{2} + \frac{1}{2}i\right)z + 1 = 0$. 1.5 pt
4. Dédurre toutes les solutions de l'équation (E). 0.75 pt

**EXERCICE 2 : 05 Points**

On donne en milliers de francs CFA le bénéfice d'une ferme avicole qui importe des poussins sur une période de 5 mois.

x_i (en mois)	1	2	3	4	5
y_j (en milliers de francs)	96,1	63,5	49,2	41,5	35,7

1. Représenter graphiquement le nuage de points cette série dans un repère orthogonal d'unités :
2 cm pour 1 mois en abscisses et 2 cm pour 5 milliers de francs en ordonnées. 1.5 pt
2. Donner une équation de la droite de régression de y en x . 1.5 pt
3. Tracer cette droite sur le graphique. 1 pt
4. Estimer le bénéfice de la ferme avicole au 6^{ème} mois. 1 pt


PROBLÈME : 11 Points

PARTIE A : 02 Points

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation différentielle $y'' + \pi^2 y = 0$. 1 pt
2. Déterminer la solution particulière P vérifiant $P(0) = 0$ et $P'(0) = 2\pi$. 1 pt


PARTIE B : 05 Points

On considère la fonction numérique h à variable réelle x définie par :

$$h(x) = \begin{cases} 2 \sin \pi x & \text{si } -4 \leq x \leq 0 \\ x^2 \left(\frac{1}{2} - \ln x \right) & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

Soit (C_h) la courbe représentative de h dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ d'unité 2 cm.

1.
 - a. Déterminer l'ensemble de définition D_h de h . 0.5 pt
 - b. Étudier la continuité et la dérivabilité de h en $x = 0$. 1 pt
 - c. Montrer que l'étude de h peut être réduite sur l'intervalle $I = [-2; +\infty[$. 0.5 pt
2.
 - a. Dresser le tableau de variation de h sur I . 1 pt
 - b. Étudier la branche infinie de (C_h) et tracer (C_h) sur son ensemble de définition. 1 pt
3. Calculer l'aire $\mathcal{A}_0$ du domaine plan limité par la courbe (C_h) , l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 1$, $x = \sqrt{e}$. 1 pt


PARTIE C : 04 Points

Soit f la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par : $f(x) = \frac{1 - x \ln x}{x}$.

On admet que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α sur l'intervalle $I = \left[\frac{3}{2}; 2\right]$.

Le but de cet exercice est de donner une valeur approchée de α .

Soit g la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par : $g(x) = e^{\frac{1}{x}}$.

On définit la suite numérique (u_n) telle que : $\begin{cases} u_0 = 2 \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = g(u_n) \end{cases}$

On admet que : Pour tout entier naturel n , $u_n \in I$.

1. Sachant que $f(\alpha) = 0$, montrer que α est un point fixe de g . 0.5 pt
2. On suppose que : $\forall x \in I, |g'(x)| \leq \frac{1}{2}$. Montrer que : $\forall x \in I, |g(x) - \alpha| \leq \frac{1}{2}|x - \alpha|$. 1 pt
3.
 - a. Montrer que : $\forall n \geq 0, |u_{n+1} - \alpha| \leq \frac{1}{2}|u_n - \alpha|$. 0.5 pt
 - b. Montrer que : $\forall n \geq 0, |u_n - \alpha| \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n$. 0.5 pt
 - c. Montrer que la suite (u_n) converge vers α . 0.5 pt
4.
 - a. Déterminer un entier n_0 tel que : $|u_{n_0} - \alpha| \leq 10^{-1}$ 0.5 pt
 - b. Déterminer la valeur approchée u_{n_0} de α . 0.5 pt