

REPUBLIQUE DU CAMEROUN
Paix-Travail-Patrie
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
UNIVERSITE DE YAOUNDE I

REPUBLIC OF CAMEROON
Peace-Work-Fatherland
MINISTRY OF HIGHER EDUCATION
THE UNIVERSITY OF YAOUNDE I

ECOLE NORMALE SUPERIEUR (ENS)

CONCOURS D'ENTREE EN 1^{ERE} ANNEE SESSION DE 2012

Epreuve de : MATHEMATIQUES

SERIE : INFORMATIQUE

Epreuve : Analyse-Algèbre-Probabilité

Exercice 1 :

Pour chacune des propositions suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse et justifier la réponse choisie. Dans le cas d'une réponse fausse, on pourra donner un contre exemple. Une réponse non démontrée ne rapporte aucun point.

1. Pour tout complexe z , $\operatorname{Re}(z^2) = (\operatorname{Re}(z))^2$.
2. Pour tout complexe z si $|1 + iz| = |1 - iz|$, alors la partie imaginaire de z est nulle.
3. Soit $z = 3 + i\sqrt{3}$. Pour tout entier naturel n non nul, z^{3n} est imaginaire pure.
4. Soit z un nombre complexe non nul. Si $\frac{\pi}{2}$ est un argument de z alors $|i + z| = 1 + |z|$.
5. Soit z un nombre complexe non nul. Si le module de z est égal à 1 alors $z^2 + \frac{1}{z^2}$ est un nombre réel.

Exercice 2 : les questions suivantes sont indépendantes.

1. Des enfants se partagent un sac de billes, de manière égale. Le premier prend 1 bille et le dixième des billes qui restent, puis le deuxième prend 2 billes et le dixième de celles qui restent et ainsi de suite jusqu'au dernier enfant qui toutes les billes restantes. Combien y avait-il d'enfants et combien chacun a-t-il pris de billes. "mettre le problème en équation, puis résoudre". Une réponse numérique ne suffit pas.
2. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $\frac{\log_2(\sqrt{(x-1)(x+3)})}{\log_8 3 + \log_8(x+1)} = \log_9 27$
3. Résoudre $4x^3 - 24x^2 + 23x + 18 = 0$ sachant que ses racines sont en progression géométrique.

Exercice 3 :

On donne l'équation suivante, dans laquelle z est l'inconnue et c est un paramètre réel $\left(\frac{z-c}{2}\right)^8 = 1$.

Déterminer l'ensemble des valeurs de c pour lesquelles l'équation précédente possède exactement trois racines complexes z dont la partie réelle est strictement négative.

Exercice 4 :

1. Montrer que $(1 + i)^6 = -8i$
2. On considère l'équation (E): $z^2 = -8i$.
 - a. Dédire de 1. Une solution de l'équation de (E)
 - b. L'équation (E) possède une autre solution ; écrire cette solution sous forme algébrique.
3. Dédire également de 1. Une solution de l'équation (E'): $z^3 = -8i$
4. On considère le point A d'affixe $2i$ et la rotation r de centre O et d'angle $\frac{2\pi}{3}$.
 - a. Déterminer l'affixe b du point B, image de A par r ainsi que l'affixe c du point C image de B par r .
 - b. Montrer que b et c sont solutions de (E')
5.
 - a. Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormal direct (O, \vec{u}, \vec{v}) (unité graphique 2 cm), représenter les points A,B,C
 - b. Quelle est la nature de la figure que forment les images de ces solutions ?
 - c. Déterminer le centre de gravité de cette figure.