REPUBLIQUE DU CAMEROUN
Paix-Travail-Patrie
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
UNIVERSITE DE YAOUNDE I

REPUBLIC OF CAMEROON
Peace-Work-Fatherland
MINISTRY OF HIGHER EDUCATION
THE UNIVERSITY OF YAOUNDE I

ECOLE NORMALE SUPERIEUR (ENS)

CONCOURS D'ENTREE EN 1ERE ANNEE SESSION DE 2014

Epreuve de : MATHEMATIQUES

SERIE : INFORMATIQUE

Epreuve : Géométrie

1. Soient A, B et C trois points non alignés dans un plan, I et J les points tels que $\overrightarrow{BC} = 3\overrightarrow{BI}$ et $\overrightarrow{AJ} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.
   a. Exprimer C comme barycentre de B et I ; puis J comme barycentre de A,B et C.
   b. En déduire que les points A, I et J sont alignés.
2. ABCD est un parallélogramme et G est le centre de gravité du triangle BCD.
   a. Exprimer D comme barycentre des points A,B et C.
   b. Exprimer G comme barycentre des points A,B et C.

Dans les questions 3 à 8, $\mathfrak{R} = (O, \vec{i}, \vec{j})$ est un repère orthonormé direct du plan (P)

3. Soit (C) le cercle dont le diamètre est $[A, B]$ avec $A(1,0)$ et $B(3,0)$
   a. Déterminer une équation cartésienne de (C) dans le repère $\mathfrak{R}$.
   b. Déterminer les tangentes au cercle (C) passant par le point $K(0, -1)$
4. Soit la droite $(d): x + \sqrt{3}y - 1 = 0$.
   a. Déterminer un vecteur directeur $\vec{u}$ et un vecteur normal $\vec{n}$ de (d), $\vec{u}$ et $\vec{n}$ étant unitaires et d'abscisse positives.
   b. Déterminer une mesure en radians de l'angle orienté $(\vec{i}, \vec{u})$.
5. A tout point d'affixe $z \neq 2i$, on associe le point M' d'affixe $z' = \frac{z-2}{z-2i}$.
   a. Montrer que les points M pour lesquels z' est imaginaire pur appartiennent à un cercle dont on donnera le centre et le rayon.
   b. Déterminer les coordonnées de M sachant que z' a pour module 2 et pour argument $\frac{3\pi}{4}$.
6. Soient les points $A(1,2)$; $B(2,1)$ et $C(-2; -2)$.

   a. Déterminer l'aire du triangle ABC.
   b. Déterminer une équation cartésienne de la hauteur issue de A dans le triangle ABC.
7. Soit S la similitude de centre $A(1-2i)$, de rapport 2 et d'angle $\frac{\pi}{2}$.
   a. Déterminer la forme complexe de S
   b. Déterminer l'image par S de la droite $(\Delta): 2x - 3y + 1 = 0$.
8. Soit T_a la transformation dont la forme complexe est : $z' = az + 2 - i$
   a. Sachant que T_a est une rotation d'angle $-\frac{\pi}{2}$ déterminer a et caractériser T_a.
   b. Sachant que T_a est une symétrie centrale, déterminer a et caractériser T_a.

Dans les questions 9 à 10, $\mathfrak{R} = (O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ est un repère orthonormé direct de l'espace $(\mathcal{E})$

9. Soient $A(2,0,0), B(0,2,0); C(0,0,2)$ et $D(-1,-2,-1)$ quatre points de $(\mathcal{E})$.
   a. Déterminer les coordonnées du point I équidistants de A,B et C.
   b. Déterminer le volume du tétraèdre ABCD.
10. Soit S la sphère de centre $\Omega(1,2,3)$ passant par $P(1,-1,-1)$
   a. Déterminer le rayon de (S) et en déduire une équation cartésienne de (S).
   b. Déterminer les points d'intersection de (S) avec l'axe des abscisses du repère $\mathfrak{R}$.